

❖ Statistiques ❖

I - Tableau croisé d'effectifs

Définition

On considère une population d'individus, et une sous-population de celle-ci.

- ❖ L'**effectif** de cette sous-population est le nombre d'individus qu'elle contient.
- ❖ La **fréquence** de cette sous-population est le quotient de son effectif par l'effectif total :

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la sous-population}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

Le tableau suivant consigne le nombre de voitures vendues par un concessionnaire sur une année, selon leur couleur et le type de modèle.

	Grise	Noire	Blanche	Rouge	Bleue	Total
Citadine	40	55	40	15	20	170
SUV	70	65	40	30	25	230
Cabriolet	10	15	10	45	20	100
Total	120	135	90	90	65	500

La fréquence de cabriolets est $\frac{100}{500} = 0,2 = 20\%$.

La fréquence de citadines blanches est $\frac{40}{500} = 0,08 = 8\%$.

Parmi les voitures rouges, la fréquence de cabriolets est $\frac{45}{90} = 0,5 = 50\%$.

II - Représentations graphiques

❖ Diagramme circulaire

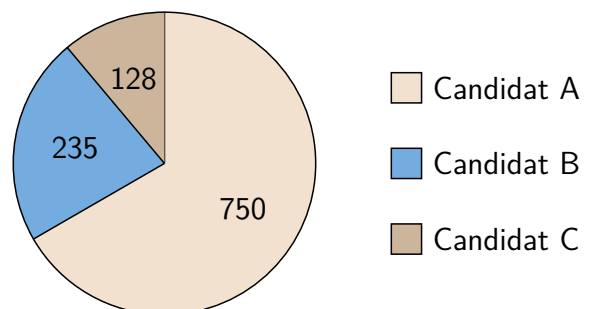
Exemple

Lors d'une élection municipale, trois candidats se sont présentés. Les résultats sont représentés dans le diagramme circulaire ci-contre.

L'effectif total est $235 + 128 + 750 = 1113$.

$$\frac{235}{1113} \approx 0,211 = 21,1\%$$

Environ 21,1 % des électeurs ont voté pour le candidat B.



❖ Diagramme en barres

Exemple

Voici le nombre d'admis à un concours selon le numéro de la tentative du candidat et son sexe.

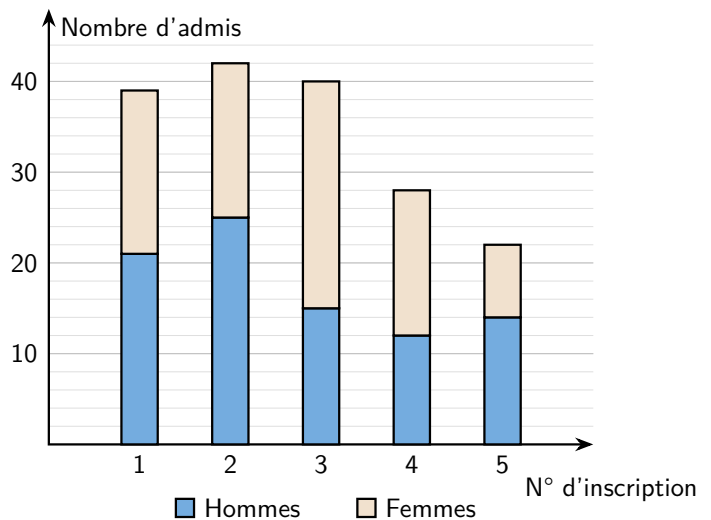
$$39 + 42 + 40 + 28 + 22 = 171$$

Il y a eu 171 candidats admis à ce concours.

Parmi les 42 candidats qui ont tenté le concours pour la deuxième fois, 25 sont des femmes.

$$\frac{25}{42} \approx 0,595 = 59,5\%$$

Cela représente environ 59,5% de ces candidats.



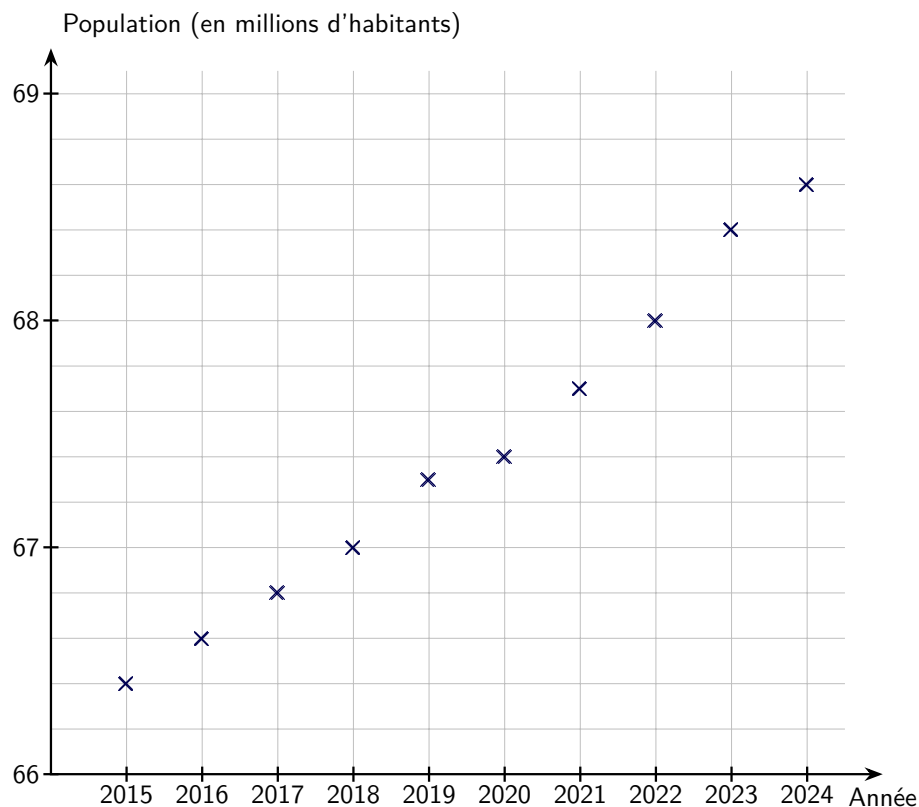
❖ Nuage de points

Exemple

Le tableau suivant indique la population française au 1^{er} janvier de chaque année de 2015 à 2024, en millions d'habitants.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Population	66,4	66,6	66,8	67	67,3	67,4	67,7	68	68,4	68,6

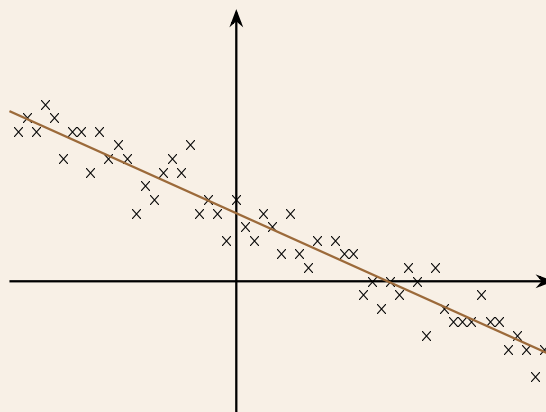
On peut représenter ces données dans un repère orthonormé par un nuage de points.



III - Ajustement affine

Définition

Lorsque l'on cherche une droite qui approche au mieux un nuage de points, on dit que l'on procède à un **ajustement affine**. La droite est alors appelée **droite de régression**.



Cela permet notamment :

- ❖ d'**interpoler** des valeurs, c'est-à-dire trouver des valeurs inconnues **à l'intérieur** du domaine d'étude
- ❖ d'**extrapoler** des valeurs, c'est-à-dire trouver des valeurs inconnues **à l'extérieur** du domaine d'étude

On dispose de plusieurs méthodes d'ajustement affine.

❖ Au jugé

Bien que cela reste très subjectif, on peut trouver une droite de régression "au jugé". En pratique, on essaie au moins de la faire passer par le **point moyen**, c'est-à-dire le point dont les coordonnées sont les moyennes des coordonnées des points du nuage.

Exemple

Le tableau suivant donne, suite à une étude, le nombre prévisionnel d'acheteurs pour un nouveau produit selon son prix.

Prix (en €)	75	78	82	85	95	99	102
Nombre d'acheteurs	2 650	2 580	2 500	2 450	2 300	2 340	2 099

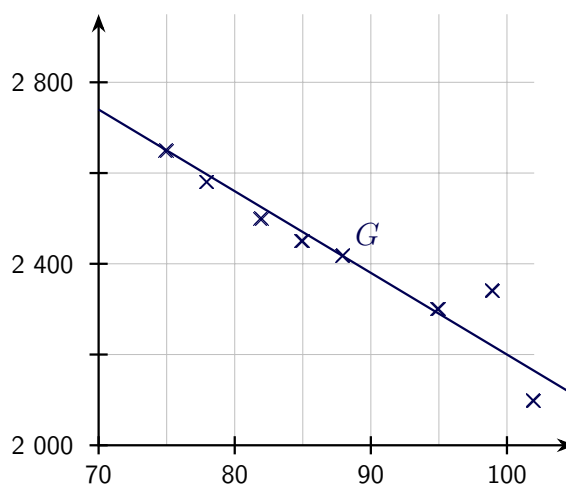
On cherche les coordonnées du point moyen.

$$\frac{75 + 78 + \dots + 102}{7} = 88$$

$$\frac{2650 + 2580 + \dots + 2099}{7} = 2417$$

Le point moyen G a pour coordonnées $(88; 2417)$.

On trace ensuite la droite au jugé en la faisant passer par le point G .



❖ Droite de Mayer

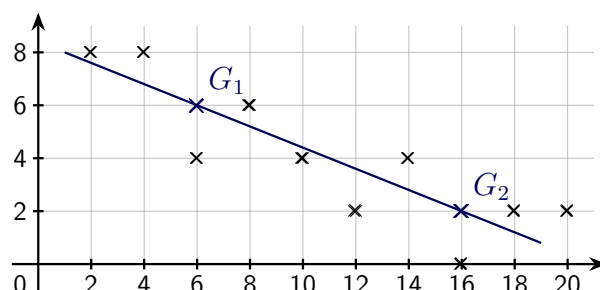
La méthode de Mayer se présente ainsi : on partage le nuage de points en deux nuages égaux (plus ou moins), on trouve le point moyen de chacun d'entre eux, puis on trace la droite passant par ces deux points.

Exemple

On partage le nuage en deux nuages de 5 points.

Les points moyens ont pour coordonnées $G_1(6; 6)$ et $G_2(16; 2)$.

La droite de Mayer est la droite (G_1G_2) .



❖ Droite des moindres carrés

Pour chaque point M_i du nuage, on regarde le point P_i de la droite qui a la même abscisse, et on s'intéresse à la distance M_iP_i . La méthode des moindres carrés cherche la droite pour laquelle la somme $M_1P_1^2 + \dots + M_nP_n^2$ des carrés des distances est minimale.

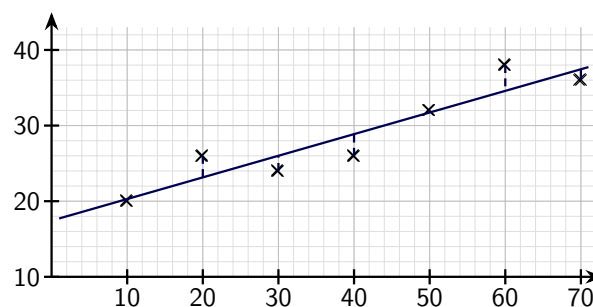
En pratique, on utilise une calculatrice ou un ordinateur pour la trouver.

Exemple

x	10	20	30	40	50	60	70
y	20	26	24	26	32	38	36

Avec une calculatrice, on trouve que la droite des moindres carrés a pour équation :

$$y = 0,286x + 17,429$$



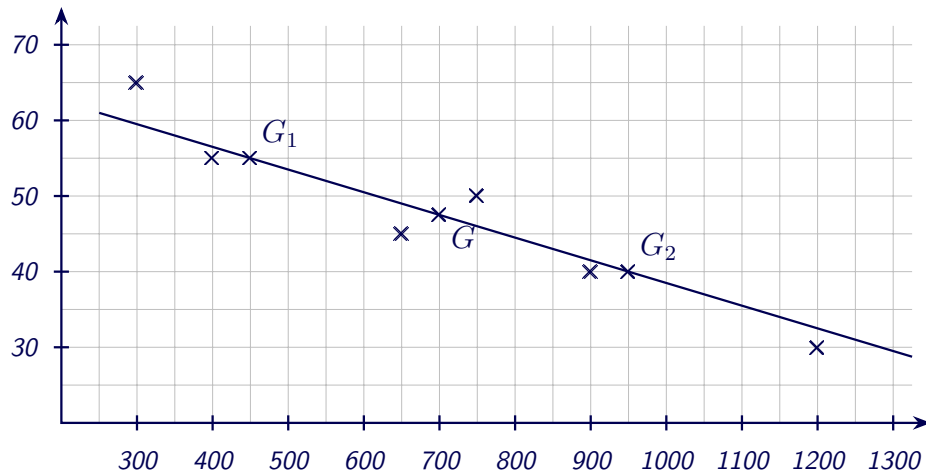
Exercice 1

Une boutique vend plusieurs modèles de téléphone. Le tableau suivant indique leur prix de vente ainsi que le nombre de ventes réalisées sur une année.

Prix (en €)	300	400	650	750	900	1 200
Nombre de ventes	65	55	45	50	40	30

1. Représenter ces données par un nuage de points dans un repère orthonormé.
2. Calculer les coordonnées du point moyen de ce nuage de points, puis le placer dans le repère précédent.
3. Tracer la droite de Mayer de ce nuage de points. On montrera les calculs effectués.
4.
 - a. Cette boutique compte vendre un nouveau modèle à 1 300 €. Combien peut-elle espérer en vendre sur une année ?
 - b. Elle souhaiterait également créer un nouveau modèle pour qu'il se vende à hauteur de 50 exemplaires par an. Quel doit être son prix ?

Solution



2.

$$\frac{300 + 400 + 650 + 750 + 900 + 1200}{6} = 700$$
$$\frac{65 + 55 + 45 + 50 + 40 + 30}{6} = 47,5$$

Le point moyen G a pour coordonnées $(700; 47,5)$.

3. On partage le nuage en deux nuage de trois points chacun.

❖ On calcule les coordonnées de G_1 :

$$\frac{300 + 400 + 650}{3} = 450 \quad \text{et} \quad \frac{65 + 55 + 45}{3} = 55$$

Les coordonnées de G_1 sont $(450; 55)$.

❖ On calcule les coordonnées de G_2 :

$$\frac{750 + 900 + 1200}{3} = 950 \quad \text{et} \quad \frac{50 + 40 + 30}{3} = 40$$

Les coordonnées de G_2 sont $(950; 40)$.

4. a. Par lecture graphique, cette boutique peut espérer vendre environ 30 modèles à 1 300 €.

b. Par lecture graphique, cette boutique peut espérer vendre 50 modèles à 625 €.

